ISSN : 1907-4336

Jurnal Al-Fitrah

Jurnal Ilmu-ilmu Pendidikan

Volume 12 November 2017

Diterbitkan Oleh :
Prodi Pendidikan Agama Islam (PAI)
Fakultas Tarbiyah dan Ilmu Keguruan
Institut Agama Islam Negeri Jember

Al-Fitrah ISSN: 1907-4336

Volume 12. No. 01 November 2017

Jurnal ini diterbitkan oleh Program Studi Pendidikan Agama Islam (PAI) FTIK IAIN Jember sebagai media informasi dan diskursus kajian ilmu-ilmu pendidikan agama Islam yang diterbitkan setia bulan September dan ini merupakan terbitan dengan Volume 12. No. 01 November 2017
Alamat Redaksi : Program Studi Pendidikan Agma Islam (PAI) FTIK IAIN Jember, Jl. Mataram No. 01 Mangli Jember. Telp. 0331-428104, Fax. 0331-428104.
E-mail: rumahjurnalftik@gmail.com

Daftar Isi

Model *Pemangsa* dan *Mangsa* Lotka-Voltera Proposional Terhadap Model Logistik Von Bertallanfy Termodifikasi

Aswar Anas

IKIP PGRI JEMBER.

anas939@gmail.com

ABSTRAK

Laju pertumbuhan *Pemangsa* disuatu tempat ditentukan oleh jumlah *Mangsa* yang ada. Sedangkan Laju Pertumbuhan *Mangsa* dapat ditentukan kapasitas dan jumlah minimum yang diperlukan. *Pemangsa* sangat membutuhkan *Mangsa* tapi tidak sebaliknya. Jumlah Pemangsa yang tergantung terhadap Mangsa dapat dimodelkan dalam satu bentuk matematis. Model yang digunakan adalah model logistik Von Bertallanfy dan model Pemangsa Lotka-Voltera proposional. Simulasi numerik digunakan untuk mengetahui waktu yang diperlukan agar jumlah pemangsa sama dengan jumlah mangsa. Dari simulasi kondisi I jumlah Pemangsa sama dengan jumlah *Mangsa* saat t=21,422;22,156;27,751 dengan v=0,001; 0,01;0,08 dengan jumlah Pemangsa awar sebesar 15. Sedangkan pada Kondisi II jumlah Pemangsa sama dengan jumlah *Mangsa* saat t=25;9,15816;9.78 dengan v yang sama dengan kondisi pertama tetapi jumlah Pemangsa awal sebanyak 150. Kesimpulan yang diperoleh yaitu Jumlah *Mangsa* suatu daerah bergantung pada jumlah awal *Mangsa*, yaitu apabila terdapat syarat kapasitas tempat dan jumlah minimum. Sedangkan jumlah *Pemangsa* juga bergantung jumlah awal *Mangsa*. Makin banyak jumlah *Mangsa* awal , maka makin sedikit waktu yang dibutuhkan *Pemangsa* untuk berkembang. Pertumbuhan *Pemangsa* yang dipengaruhi oleh mangsa (*Mangsa*) juga dipengaruhi oleh v. makin besar v justru makin lama waktu yang diperlukan untuk berkembang. Sebaliknya makin kecil v, maka makin cepat waktu yang diperlukan untuk berkembang

Kata Kunci: *Von Bertallanfy, Pemangsa, Maple*

1. Pendahulan

Persamaan diferensial merupakan sub topik matematika terapan yang sangat penting dan bermanfaat. Banyak dari kejadian alam di gambarkan dalam bentuk persamaan diferensial. Menurut Boyce [1] banyak prinsip -prinsip atau hukum alam yang dapat di ekspresikan dalam persamaan yang memuat derivatif yatitu persamaan diferensial. Salah satu contoh hukum alam yang terjadi di alam ini adalah Ekologi .

Ekologi sendiri merupakan ilmu yang mempelajari hubungan antar organisme dengan organisme lainnya atau dengan lingkungannya. Hubungan antar organisme yang cukup dikenal adalah rantai makanan.

Hubungan rantai makanan yang sederhana adalah hubungan antara Pemangsa dan Mangsa. Hal ini terlihat dari jumlah Pemangsa bergantung terhadap jumlah Mangsa sedangkan jumlah Mangsa bergantung pada kondisi lingkungannya[2]. Selain itu Dalam rantai makanan diperlukan kesetimbangan jumlah pemangsa. Hal ini agar sistem dalam rantai makanan tetap terjaga.
Model logistik sederhana atau populasi sederhana menurut Tsaularis[3] adalah:

$$\frac{dP}{dt} = rP$$

Dengan solusi:

$$P(t) = P_0 e^{rt}$$

Model tersebut adalah model logistik satu populasi. Namun pada kenyataannya, populasi di alam ini terbentuk dalam satu sistem ekologi. Pendekatan yang masuk akal model ini adalah Model Pemangsa dan Mangsa dirumuskan pertama kali oleh *A.J Lotka* dan *Vito Voltera*. Beberapa penelitian sebelumnya yang membahas mangsa dan dimangsa adalah jurnal *Mathematical Modelling of Population Growth: The Case of Logistic And Von Bertalnfy Models* yang membahas perumbuhan populasi dengan kasus model Logistik populasi dan logistik Von Bertallanfy Model.

Menurut Timuneo[4] persamaan logistic Von Bertallanfy dengan kapasitas daya tampung dirumuskan dengan:

$$\frac{dP(t)}{dt} = nP(t)\left(1 - \frac{P(t)}{K}\right) \tag{1}$$

Dengan asumsi apabila jumlah *Mangsa* melebihi kapasitas daya tampung, maka terjadi penurunan laju pertumbuhan *Mangsa*. Laju pertumbuhan populasi mangsa dalam suatu daerah juga tergantung kepada jumlah minimal populasi. Dengan asumsi bahwa jika populasi kurang dari

---

1 Boyce, W. E., DiPrima. R.C., *Elementary Diferential Equation With Boundary Value Problem.* John Wiley and Sons, New York

2 Dwardi, Handanu. *Analisis Model Mangsa-Pemangsa Michaelis Menten dengan Pemanenan Pada Populasi*. Repository IPB diakses pada tanggal 8 Maret 2017, 1

3 Tsoularis, A. Analysis of Logistic Growth Models. *Res. Lett. Inf. Math. Sci,* (2001) **2**, 24

4 Timuneno, H M, Utomo, R, Heri Soelistyo, Widowati,. *Model Pertumbuhan Logistik Dengan Waktu Tunda*, **Jurnal Matematika Vol 11, No 1, April 2008: 43-51, ISSN: 1410-8518** , 44

populasi minimal yang disyaratkan, maka laju pertumbuhan populasi mangsa mengalami penurunan. Dari asumsi populasi minimal mangsa dan rumus 1 didapat:

$$\frac{dP(t)}{dt} = nP(t)\left(1 - \frac{P(t)}{K}\right)\left(1 - \frac{m}{P(t)}\right) \tag{2}$$

Dengan *n* adalah koefisien laju pertumbuhan populasi mangsa, *P*(*t*) merupakan jumlah populasi mangsa saat *t K* adalah kapasitas tempat, dan *m* adalah jumlah minimal populasi.

Populasi mangsa disuatu tempat dipengaruhi oleh pemangsa. Pertumbuhan mangsa dan dimangsa menurut *Lotka-Voltera*[5] adalah

$$\begin{aligned} \frac{dP(t)}{dt} &= aP(t) - byP(t) \\ \frac{dP(t)}{dt} &= syP(t) - vy \end{aligned} \tag{3}$$

Dengan *P*(*t*) adalah kepadatan populasi mangsa, *y* adalah kepadatan populasi pemangsa, *a* adalah koefisien laju pertumbuhan instrinsik masa, *b* koefisien tingkat pemangsaan, *s* tingkat kelahiran pemangsa tiap satu mangsa yang dimakan, dan *v* adalah tingkat kematian pemangsa.

Asumsikan bahwa interaksi antara pemangsa dengan mangsa terhadap pertumbuhan populasi mangsa kecil atau tidak ada efek, maka koefisien $b \approx 0$. parameter *a* selalu positif setiap waktu, sehingga persamaan Proporsional Mangsa Pemangsa Lotka-Voltera[6] Menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{dP(t)}{dt} &= a(t)\,P(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -vy + sP(t)\,y \end{aligned} \tag{4}$$

Berdasarkan latar belakang diatas penulis tertarik mengulas dan mengembangkan model dari Yiha dengan beberapa modifikasi yaitu kapasitas tempat dan jumlah minimal populasi mangsa dapat berkembang serta menemukan waktu yang dibutuhkan sehingga jumlah pemangsa sama dengan jumlah mangsanya.

II. Metode Penelitian

Metode dalam penelitian ini adalah studi literatur yang berhubungan dengan model matematika yang akan dibentuk:

a) Membentuk asumsi-asumsi serta mendefinisikan parameter-parameter yang digunakan dalam model matematika, yaitu kapasitas tempat, jumlah minimal populasi mangsa, jumlah

---

5 Mohammad Yiha D, Purnachandra R K, Ayale Taye Gosu. 2014. Mathematical Modelling Of Population Growth: The Case Of Logistic And Von Bertalnfy Models. **Open Journal of Modelling and Simulation, 2014, 2, 114**

6 Mohammad Yiha D, Purnachandra R K, Ayale Taye Gosu. 2014. Mathematical Modelling Of Population Growth: The Case Of Logistic And Von Bertalnfy Models. **Open Journal of Modelling and Simulation, 2014, 2, 115**

awal predator, tingkat kelahiran pemangsa tiap satu manngsa, laju pertumbuhan instrinsik mangsa dan tingkat kematian pemangsa .

b) Membentuk model matematika mangsa-pemangsa berdasarkan asumsi-asumsi point a
c) Menyelesaikan persamaan diferensial de
d) Mensimulasikan model mangsa-pemangsa dengan menggunakan program Maple 18 .

III. Hasil dan Pembahasan

Pembentukan Model

Model matematika mangsa-pemangsa adalah model matematika yang telah dimodifikasi dengan menambahkan faktor kapasitas tempat dan jumlah populasi minimal. Berikut asumsi-asumsi yang digunakan dalam pembentukan model yaitu:

a) Syarat kapasitas tempat populasi mangsa merupakan syarat mutlak, agar tempat populasi mangsa bertempat tidak mengalami over kapasitas.
b) Syarat minimal populasi yang diperlukan digunakan agar laju pertumbuhan populasi mangsa tidak mengalami penurunan.
c) Laju pertumbuhan populasi mangsa dipengaruhi interaksi antar mangsa
d) Laju pertumbuhan pemangsa dipengaruhi oleh ketersediaan mangsa, interaksi antar pemangsa, dan tingkat kematian pemangsa.

Persamaan diferensial yang dibentuk dalam persamaan ini adalah persamaan diferensial order pertama dengan dua buah variabel terikat yaitu mangsa dan pemangsa yang saling berpengaruh satu sama lain. Persamaan diferensial order pertama secara umum adalah:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y)$$

Dengan *t* adalah waktu dan $y = \phi(t)$ adalah solusi yang berada di interval *t*[7]

Sebelum menentukan model Mangsa-Pemangsa *Lotka-Voltera* yang hubungkan dengan model *Von Bertallanfy*, dicari solusi model populasi *Von Bertallanfy* yang telah dimodifikasi. Berikut langkah langkahnya:

---

[7] Boyce, W. E., DiPrima. R.C., *Elementary Diferential Equation With Boundary Value Problem.* John Wiley and Sons, New York, 31

$$\frac{dP(t)}{dt} = nP(t)\left(1 - \frac{P(t)}{K}\right)\left(1 - \frac{m}{P(t)}\right)$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{nP(t)(K - P(t))(P(t) - m)}{KP(t)}$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = \frac{n(K - P(t))(P(t) - m)}{K}$$

$$\frac{dP(t)}{(K - P(t))(P(t) - m)} = \frac{ndt}{K}$$

$$\Rightarrow \int \frac{dP(t)}{(K - P(t))(P(t) - m)} = \int \frac{n}{K} dt$$

Sebelum ke langkah selanjutnya Diambil persamaan :

$$\Rightarrow \frac{1}{(K - P(t))(P(t) - m)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(K - P(t))(P(t) - m)} = \frac{A}{(K - P(t))} + \frac{B}{(P(t) - m)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(K - P(t))(P(t) - m)} = \frac{A(P(t) - m) + B(K - P(t))}{(K - P(t))(P(t) - m)}$$

asmusikan $P(t) = K; P(t) = m$. Sehingga didapat $1 = A(K - m)$ dan $1 = B(K - m)$ sehingga :

$$\Rightarrow \int \frac{dP(t)}{(K - P(t))(P(t) - m)} = \int \left(\frac{1/(K - m)}{(K - P(t))} + \frac{1/(K - m)}{(P(t) - m)} \right) dP(t) = \int \frac{n}{K} dt$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(K - m)} \left(\int \frac{1}{K - P(t)} dP(t) + \int \frac{1}{P(t) - m} dP(t) \right) = \int \frac{n}{K} dt$$

$$\Rightarrow \int \frac{1}{K - P(t)} dP(t) + \int \frac{1}{P(t) - m} dP(t) = \int \frac{n(K - m)}{K} dt$$

$$\Rightarrow -\ln\left|K - P(t)\right| + \ln\left|P(t) - m\right| = \frac{n(K - m)}{K} t + C$$

$$\Rightarrow \ln\left|\frac{(P(t) - m)}{K - P(t)}\right| = \frac{n(K - m)}{K} t + C$$

$$\Rightarrow \frac{\left(P(t)-m\right)}{K-P(t)}=e^{\frac{n(K-m)}{K}t+C}$$

$$\Rightarrow \frac{\left(P(t)-m\right)}{K-P(t)}=C_1e^{\frac{n(K-m)}{K}t}$$

$$\Rightarrow \left(P(t)-m\right)=\left(K-P(t)\right)C_1e^{\frac{n(K-m)}{K}t}$$

$$\Rightarrow \left(P(t)-m\right)=KC_1e^{\frac{n(K-m)}{K}t}-P(t)C_1e^{\frac{n(K-m)}{K}t}$$

$$\Rightarrow \left(P(t)-m\right)+P(t)C_1e^{\frac{n(K-m)}{K}t}=KC_1e^{\frac{n(K-m)}{K}t}$$

$$\Rightarrow P(t)\left(1+C_1e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)=KC_1e^{\frac{n(K-m)}{K}t}+m$$

$$\Rightarrow P(t)=\frac{KC_1e^{\frac{n(K-m)}{K}t}+m}{\left(1+C_1e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)} \qquad (5)$$

........Persamaan 5 merupakan solusi *Von Bertallanfy* dengan kapasitas dan jumlah minimal, selanjutnya akan ditentukan model Pemangsa *Lotka-Voltera* yang dihubungkan dengan persamaan 5, sehingga dari persamaan 4:

$$\Rightarrow \frac{dy}{dt}=-vy+sP(t)\,y$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dt}=y\left(sP(t)-v\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{y}=\left(sP(t)-v\right)dt$$

$$\Rightarrow \int\frac{dy}{y}=\int\left(sP(t)-v\right)dt$$

$$\Rightarrow \ln(y)=s\int P(t)dt-vt$$

$$\ln(y) = s\int P(t)dt - vt$$

$$\Rightarrow \ln(y) = s\int \frac{KC_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t} + m}{\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)} dt - vt$$

$$\Rightarrow \ln(y) = s\int \frac{KC_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}}{\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)} dt + s\int \frac{m}{\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)} dt - vt$$

$$\Rightarrow \ln(y) = sK\int \frac{C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}}{\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)} dt + sm\int \frac{1}{\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)} dt - vt$$

$$\Rightarrow \ln(y) = \frac{sK^2}{n(K-m)} \ln\left|1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right| + sm\int \frac{1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}}{\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)} dt - sm\int \frac{C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}}{\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)} dt - vt + C_2$$

$$\Rightarrow \ln(y) = \frac{sK^2}{n(K-m)} \ln\left|1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right| + smt - sm\frac{K}{n(K-m)} \ln\left|1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right| - vt + C_3$$

$$\Rightarrow \ln(y) = \ln\left|1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right|^{\frac{sK^2}{n(K-m)}} + \ln\left|1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right|^{-sm\frac{K}{n(K-m)}} + smt - vt + C_3$$

$$\Rightarrow \ln(y) = \ln\left|1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right|^{\frac{sK^2}{n(K-m)}} + \ln\left|1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right|^{-sm\frac{K}{n(K-m)}} + \ln\left(e^{smt}\right) + \ln\left(e^{-vt}\right) + \ln\left(e^{C_3}\right)$$

$$\Rightarrow y = y_0\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)^{\frac{sK^2}{n(K-m)}} \left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)^{-sm\frac{K}{n(K-m)}} e^{(sm-v)t};$$

$$\Rightarrow y = y_0\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)^{\frac{sK(K-m)}{n(K-m)}} e^{(sm-v)t};$$

$$\Rightarrow y = y_0\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)^{\frac{sK}{n}} e^{(sm-v)t}$$

$$y = y_0\left(1 + C_1 e^{\frac{n(K-m)}{K}t}\right)^{\frac{sK}{n}} e^{(sm-v)t} \tag{6}$$

Persamaan ini merupakan model Mangsa-Pemangsa Lotka –Voltera yang dihubungkan dengan Model Populasi Von Bertallanfy. Ter modifikasi

Selanjutnya akan dicari rataan pertumbuhan mangsa terhadap laju pertumbuhan mangsa lotka-Voltera

Diketahui:

$$\frac{dP(t)}{dt} = a(t)\, P(t)$$

$$\Rightarrow nP(t)\left(1 - \frac{P(t)}{K}\right)\left(1 - \frac{m}{P(t)}\right) = a(t)\, P(t)$$

$$\Rightarrow n\left(1 - \frac{P(t)}{K}\right)\left(1 - \frac{m}{P(t)}\right) = a(t)$$

$$\Rightarrow n\left(\frac{K - P(t)}{K}\right)\left(\frac{P(t) - m}{P(t)}\right) = a(t)$$

$$\Rightarrow n\left(\frac{(K+m)\, P(t) - P(t)^2 - Km}{KP(t)}\right) = a(t) \qquad \text{...(7)}$$

dengan $a(t)$ adalah pertumbuhan relatif model laju pertumbuhan mangsa *lotka-voltera*

Selanjutnya dicari titik kesetimbangan antara mangsa dan pemangsa. Dengan $\frac{dP(t)}{dt} = 0$ dan $\frac{dy}{dt} = 0$ diperoleh kesetimbangan di titik-titik $\left(P_1^*, y_1^*\right) = \left(\frac{K + m - \sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)}}{2}, 0\right)$ dan

$$\left(P_2^*, y_2^*\right) = \left(\frac{K + m + \sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)}}{2}, 0\right).$$

Analisa Titik Kesetimbangan

Analisa kesetimbangan sistem dilakukan untuk mengetahui titik-titik yang menyebabkan sistem setimbang dan tidak, untuk mencarinya dilakukan dengan cara mencari nilai-nilai eigen real setiap titik kesetimbangan [8].

Cara mengetahui kestabilan titik kesetimbangan model, dapat menggunakan matriks Jacobian dengan ordo 2×2 dari bentuk:

[8] Edward, C.H., Penney D. E., .2008. *Elementary Differential equation.* Pearson. Prentice Hall. 374

$$\frac{dP(t)}{dt} = a(t)\,P(t) = P(t)^2 - (K+m)\,P(t) + Km$$
$$\frac{dy(t)}{dt} = sP(t)\,y - vy$$

Dengan :

$$\begin{pmatrix} 2P(t) - (K+m) & 0 \\ sy & sP(t) - v \end{pmatrix}$$

Kemudian subtitusikan titik titik $\left(P_1^*, y_1^*\right) = \left(\dfrac{K+m-\sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)}}{2}, 0\right)$ dan

$\left(P_2^*, y_2^*\right) = \left(\dfrac{K+m+\sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)}}{2}, 0\right)$. diperoleh:

$$\begin{pmatrix} \sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)} & 0 \\ 0 & s\dfrac{K+m+\sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)}}{2} - v \end{pmatrix}$$

dan

$$\begin{pmatrix} -\sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)} & 0 \\ 0 & s\dfrac{K+m-\sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)}}{2} - v \end{pmatrix}$$

selanjutnya mecari persamaan karakteristik dari kedua matriks tersebut. berikut tahapannya:

a. Untuk titik $\left(P_1^*, y_1^*\right) = \left(\dfrac{K+m-\sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)}}{2}, 0\right)$

$$\det(\lambda I - J) = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} \lambda - \left(\sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)}\right) & 0 \\ 0 & \lambda - \left(s\dfrac{K+m+\sqrt{(K+m)^2-4(Km)}}{2} - v\right) \end{vmatrix} = 0$$

diperoleh $\lambda_{11} = \left(\sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)}\right)$ dan $\lambda_{12} = \left(s\dfrac{K+m+\sqrt{(K+m)^2-4(Km)}}{2} - v\right)$. Pada titik ini λ_{11} dan λ_{12} mempunyai akar-akar bernilai real positif.

b. Untuk titik $(P_2^*, y_2^*) = \left(\dfrac{K+m+\sqrt{(K+m)^2-4(Km)}}{2}, 0\right)$ diperoleh diperoleh

$\lambda_{21} = -\left(\sqrt{(K+m)^2 - 4(Km)}\right)$ dan $\lambda_{22} = \left(s\dfrac{K+m-\sqrt{(K+m)^2-4(Km)}}{2} - v\right)$ selanjutnya

pada titik ini λ_{21} bernilai negatif dan λ_{22} bernilai positif.

Simulasi

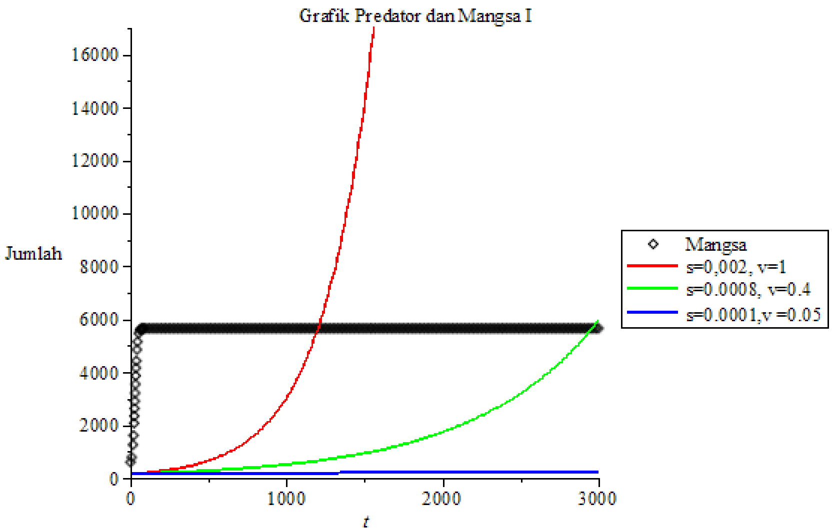
Simulasi dengan menggunakan grafik digunakan untuk memperjelas model sesungguhnya. Sebuah plot di Maple adalah presentasi gambar dalam bentuk dua dimensi atau tiga dimensi dari sebuah fungsi atau data-data statistik[9]

Selanjutnya akan disimulasikan model diatas. misalkan dimangsa yaitu jumlah *mangsa* awal 600; koefisien laju pertumbuhan 0.15; kapasitas tempat 5660; minimum *mangsa* 500. Kasus I. ($sm=v$): dalam kasus ini diasumsikan jika tingkat kelahiran pemangsa dikalikan jumlah minimum mangsa sama dengan tingkat kematian pemangsa. Kasus II. ($sm<v$): dalam kasus ini diasumsikan jika tingkat kelahiran pemangsa dikalikan jumlah minimum mangsa sama lebih kecil dari pada tingkat kematian pemangsa. Kasus III ($sm>v$): dalam kasus ini diasumsikan jika tingkat kelahiran dikalikan jumlah minimum magsa lebih besar dari pada tingkat kematian pemangsa dengan kondisi jumlah *Pemangsa* awal 150.

Simulasi untuk kasus I ; s=0,002, v=1;s=0.0008, v=0.4; s=0.0001,v =0.05. Pada kasus ini tingkat kelahiran pemangsa tidak berpengaruh terhadap besaran tingkat kematian. Hal ini terlihat pada gambar 1, yang memperlihatkan laju pertumbuhan pemangsa naik secara signifikan meski

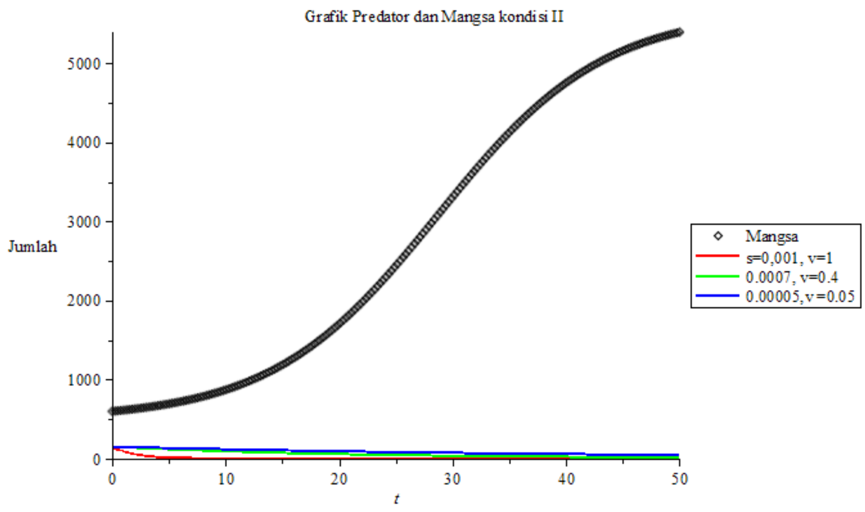
9 Bernadin, L. Chin, P. DeMarco, P. Geddes, K.O., Heal, K.M., Labhan, G., May, J. P., Mc Carron, J., Monagan, M.B., Ohashi, D., Vorkoetter,S.M., . *Maple Programming Guide*. Maple and DocBook. Canada, 405

membutuhkan waktu yang lama sedemikian hingga jumlah populasi predator sama dengan jumlah mangsa . jika *s*=0,002, waktu yang dibutuhkan agar jumlah pemangsa sama dengan mangsa adalah 1201.350821 satuan waktu. Padahal konstanta kematian predator *v*=1. Sedangkan jika *s*=0,0008, waktu yang dibutuhkan agar jumlah pemangsa sama dengan mangsa adalah 2960.335257 satuan waktu dengan konstanta kematian predator *v*=0.4, sedangkan jika; *s*=0.0001 jumlah pemangsa dan mangsa sama pada saat *t*=23481.82035. Pada kasus ini, laju pertumbuhan predator tergantung dengan konstanta pertumbuhan mangsa, meski konstanta kematian pemangsa lebih besar. Hal ini terlihat dari waktu yang dibutuhkan masing masing kondisi agar jumlah mangsa sama dengan pemangsa.

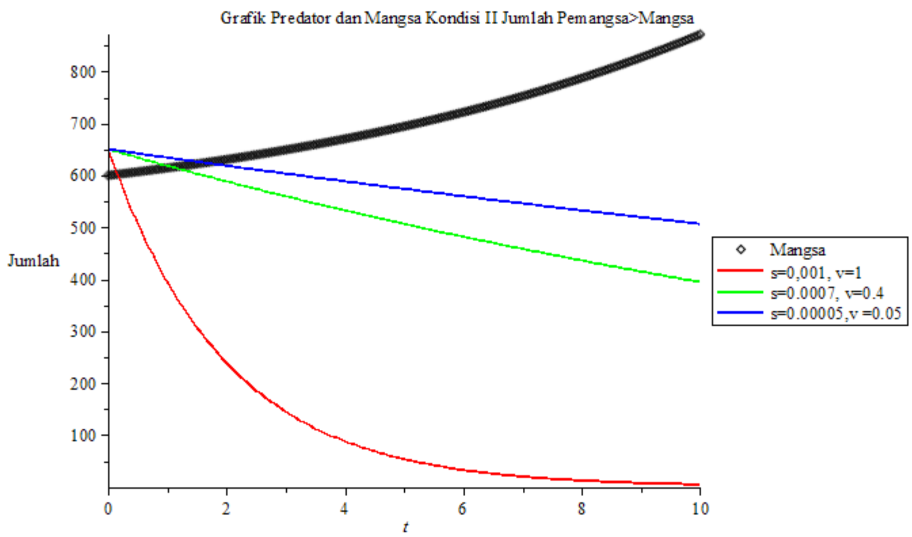


Gambar 1. Grafik Mangsa-Pemangsa Kasus I

Selanjutnya akan disimulasikan kasus II, dengan *s*=0,001, *v*=1;*s*=0.0007, *v*=0.4; *s*=0.00005,*v* =0.05. Dalam kasus ini terlihat bahwa jumlah pemangsa tidak akan pernah sama dengan jumlah mangsa, hal ini dikarenakan nilai konstanta kelahiran dikalikan jumlah minimum populasi mangsa lebih kecil dari tingkat kematian. Makin tinggi tingkat kematian, maka makin cepat penurunan laju pertumbuhan pemangsa. Dengan demikian jumlah mangsa tidak dapat dipengaruhi oleh jumlah pemangsa.hal ini terlihat pada gambar 2. Namun sedikit berbeda jika jumlah awal pemangsa sedikit lebih banyak dari pada jumlah awal mangsa. Hal ini terlihat pada gambar 3. Jumlah pemangsa sama dengan jumlah mangsa dengan jumlah awal pemangsa 650 dengan *s*=0,001, *v*=1;*s*=0.0007, *v*=0.4; *s*=0.00005,*v* =0.05 saat *t*= 0.1536135491; *t*= 1.088275302; dan 1.620235070

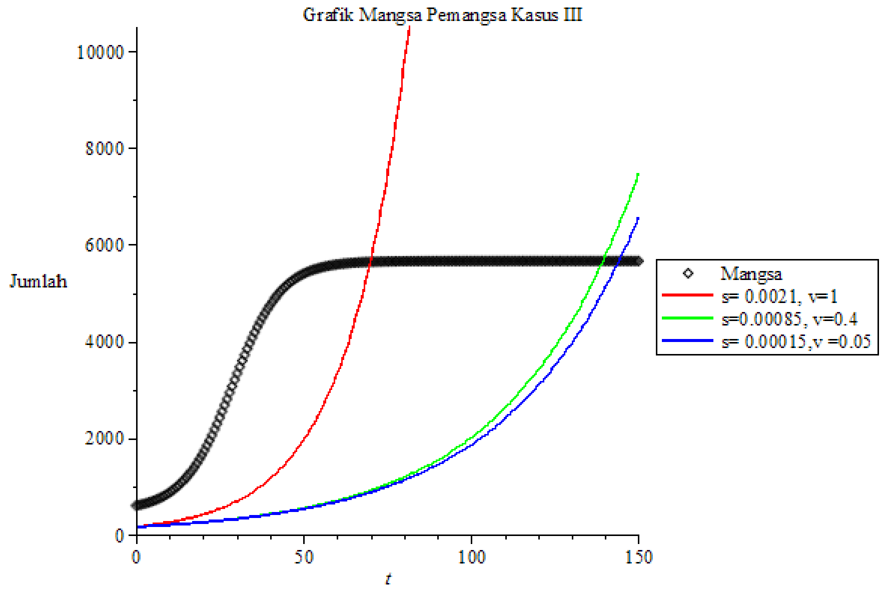


Gambar 2. Grafik Mangsa-Pemangsa Kasus II



Gambar 3. Grafik mangsa-Pemangsa Kasus II Jumlah Awal Pemangsa Lebih Besar Mangsa

Selanjutnya akan disimulasikan kasus III, dengan s= 0.0021, v=1;s= 0.00085, v=0.4; s= 0.00015,v =0.05. Pada kasus ini terlihat bahwa besaran konstanta kelahiran pemangsa berpengaruh terhadap laju pertumbuhan populasi pemangsa meski tingkat kematian juga besar. Hal ini dikarenakan perkalian antara konstanta kelahiran dikalikan dengan jumlah minimum lebih besar daripada konstanta kematian. Dengan jumlah awal predator sebesar 150, waktu yang dibutuhkan agar jumlah pemangsa sama dengan jumlah mangsa lebih cepat, untuk s= 0.0021, v=1;s= 0.00085, v=0.4; s= 0.00015,v =0.05; waktu yang diperlukan adalah 69.86702017, 139.3953402, dan 144.1494051. selain itu besaran kontanta kelahiran juga berpengaruh pada kecepatan laju pertumbuhan pemangsa. Makin besar besaran konstanta kelahiran maka makin besar laju pertumbuhan populasi mangsa.



Gambar4. Grafik Mangsa Pemangsa Kasus III

IV. Kesimpulan

Jumlah pemangsa pada suatu tempat sangat tergantung pada jumlah awal mangsa, tingkat kelahiran pemangsa dan tingkat kelahiran mangsa. Bila jumlah awal mangsa besar dan tingkat kelahiran mangsa juga besar sedemikian hingga perkalian dua konstanta tersebut lebih besar atau sama dengan tingkat kematian maka laju pertumbuhan pemangsa meningkat. Kecepatan laju pertumbuhan pemangsa tergantung dengan tingkat kelahirannya. Makin besar tingkat kelahirannya, maka makin besar laju pertumbuhan pemangsa. Sedangkan, jika konstanta pertumbuhan lebih kecil dari pada konstanta kematian, namun jumlah awal mangsa besar sedemikian hingga perkalian antara konstanta kelahiran pemangsa dengan jumlah awal mangsa lebih besar dari konstanta kematian pemangsa, maka laju pertumbuhan pemangsa naik. Sebaliknya jika konstanta kelahiran pemangsa kecil dan jumlah awal pemangsa lebih kecil sehingga perkalian antaranya lebih kecil dari konstanta kematian, maka terjadi penurunan laju pertumbuhan pemangsa.

V. Referensi

Bernadin, L. Chin, P. DeMarco, P. Geddes, K.O., Heal, K.M., Labhan, G., May, J. P., Mc Carron, J., Monagan, M.B., Ohashi, D., Vorkoetter,S.M., . *Maple Programming Guide*. Maple and DocBook. Canada. 2008

Boyce, W. E., DiPrima. R.C., *Elementary Diferential Equation With Boundary Value Problem.* John Wiley and Sons, New York.2004

Dwardi, Handanu. Analisis Model Mangsa-Pemangsa Michaelis Menten dengan Pemanenan Pada Populasi. (halaman 1) Repository IPB diakses pada tanggal 8 Maret 2017

Edward, C.H., Penney D. E., . *Elementary Differential equation.* Pearson. Prentice Hall. 2008

Mohammad Yiha D, Purnachandra R K, Ayale Taye Gosu. 2014. Mathematical Modelling Of Population Growth: The Case Of Logistic And Von Bertalnfy Models. **Open Journal of Modelling and Simulation, 2014, 2, 113-126**

Timuneno, H M, Utomo, R, Heri Soelistyo, Widowati,. *Model Pertumbuhan Logistik Dengan Waktu Tunda,* **Jurnal Matematika Vol 11, No 1, April 2008: 43-51, ISSN: 1410-8518** .

Tsoularis, A. Analysis of Logistic Growth Models. *Res. Lett. Inf. Math. Sci,* (2001) **2**, 23-46